



## Mathématiques en Terminale...



Des révisions estivales sont proposées sur le site **m@ths et tiques** sous la forme de « e-cahiers de vacances » :

✧ Prépare ton entrée en option maths complémentaires : <https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/preptes>

✧ Prépare ton entrée en spécialité mathématiques : <https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/1s-ts>

Voici néanmoins des exercices sélectionnés qui sont à travailler pour être au point dès la rentrée.

Ce travail n'est pas noté mais il pourra être montré au professeur 😊

### I. Les suites.

..... ① Modes de génération d'une suite .....

⇒ **Générer une suite numérique par une formule explicite** : chaque terme de la suite est exprimé en fonction de  $n$  et indépendamment des termes précédents :  $u_n = f(n)$

#### Exercice 1 :

Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 3^n - 1$ .

Calculer  $u_0$  et  $u_5$ .

#### Exercice 2 :

$(u_n)$  est la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$u_n = 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

On considère l'algorithme ci-contre.

Compléter le tableau de suivi des variables ci-dessous lorsqu'on choisit  $A = 2,001$ .

Quelles valeurs de  $n$  et de  $u$  sont obtenues à la fin de l'algorithme ?

```

n ← 0
u ← 3
Tant que u > A
    n ← n + 1
    u ← 2 + 0,25^n
Fin Tant que
    
```

| $n$     | 0    | 1 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
|---------|------|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| $u$     | 3    |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
| $u > A$ | VRAI |   |   |  |  |  |  |  |  |  |

⇒ **Générer une suite par une relation de récurrence** :  $u_{n+1}$  s'exprime en fonction de  $u_n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

#### Exercice 3 :

Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_0 = 3$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 2v_n - 1$ .

Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(v_n)$ .

#### Exercice4 :

On considère la suite  $(u_n)$  définie par la fonction Python ci-contre.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Donner la relation de récurrence vérifiée par la suite  $(u_n)$ .
3. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur de  $u_{20}$ .

```
def terme_u(n):  
    u=-3  
    for i in range(1,n+1):  
        u=2*u+4  
    return u
```

..... ② Sens de variation d'une suite .....

#### Exercice5 :

Étudier les variations des suites suivantes.

a)  $(u_n)$  est la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = n^2 - 8$ .

b)  $(v_n)$  est la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = \frac{2^n}{3^{n-1}}$ .

..... ③ Suites particulières .....

#### Exercice6 :

1. Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 5$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n - 3$ .

a) Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$ , puis donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

b) Calculer  $u_{10}$ .

2. Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_1 = 3$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 2v_n$ .

a) Déterminer la nature de la suite  $(v_n)$ , puis donner l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .

b) Calculer  $v_{10}$ .

#### Exercice7 :

Soit  $S_n$  la somme définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par

$$S_n = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n$$

Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .

#### Exercice8 :

Un lycée a 1 500 élèves inscrits le 1<sup>er</sup> septembre 2020.

Chaque année, 30 % des anciens élèves ne se réinscrivent pas et il y a 500 nouveaux élèves.

1. Combien y aura-t-il d'élèves inscrits au lycée le 1<sup>er</sup> septembre 2021 ?

2. Modéliser la situation à l'aide d'une suite.

## II. Les Fonctions.

..... ① Etudes de signes .....

#### ⇒ Polynômes du second degré :

Exercice 9 : Factoriser lorsque cela est possible :

a.  $2x^2 - 10x + 12$

b.  $3x^2 + 7x + 2$

c.  $4x^2 + 4x - 8$

d.  $3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1$

Correction :

<https://www.youtube.com/watch?v=eQEl6fJgpXc>

Exercice 10 : Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $4x^2 + 3x - 20 > -2(x^2 + x - 18)$

b.  $3x + 14 + \frac{15}{x} \leq 0$

Correction :

<https://www.youtube.com/watch?v=89qx7KTCCdg>

⇒ Position relative de deux courbes : méthode Vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=EyxP5HlFyF4>

Exercice 11 :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 5}{x - 3}$$

On souhaite étudier la position de la courbe  $\mathcal{C}$  représentant  $f$  par rapport à la droite  $d$  d'équation  $y = x - 2$ .

a. Étudier le signe de  $f(x) - (x - 2)$ .

b. En déduire les positions relatives de la courbe  $\mathcal{C}$  et la droite  $d$ . Correction : <https://www.youtube.com/watch?v=OWoaJL9Hy4>

..... ② Dérivation .....

Exercice 12 :

### Déterminer une équation de tangente

1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 3x + 1$  et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Calculer  $f'(2)$  et  $f(2)$ .

b) En déduire l'équation de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2, notée  $T_2$ .

2. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^x$ .

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_g$  au point d'abscisse 0, notée  $T_0$ .

Exercice 13 :

### Étudier des tableaux de signes

1. On considère les tableaux de signes de deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$ .

|                 |           |   |           |
|-----------------|-----------|---|-----------|
| $x$             | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
| Signe de $f(x)$ | -         | 0 | +         |

|                 |           |    |           |
|-----------------|-----------|----|-----------|
| $x$             | $-\infty$ | -2 | $+\infty$ |
| Signe de $g(x)$ | -         | 0  | +         |

Dresser le tableau de signes de  $f \times g$ .

2. Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (x^2 - 9)(3x + 4)$ .

Dresser le tableau de signes de la fonction  $h$ .

Exercice 14 :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

a)  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3\sqrt{x}$       b)  $g(x) = 4x - \frac{7}{x}$

c)  $h(x) = xe^x$       d)  $i(x) = \frac{x^2e^x + 3}{x + 5}$

Exercice 15 :

### Calculer la dérivée de $x \rightarrow f(ax + b)$

1. Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = e^{3x+1}$ . Calculer  $f'(x)$ .

2. Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \sqrt{-2x + 1}$ . Calculer  $g'(x)$ .

Exercice 16 :

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes puis étudier leurs variations.

a)  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5$       b)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$

c)  $f(x) = (2x+3)e^x$       d)  $f(x) = \frac{x}{e^x}$

e)  $f(x) = e^{-5x+3}$       f)  $f(x) = \frac{5}{e^x - 1}$

Exercice 17 :



G.A.

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 300 et 1 300. On suppose que toute la production est commercialisée.

Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de  $x$  centaines de toboggans est modélisé sur l'intervalle  $[3 ; 13]$  par la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = -2x + 20 - e^{-2x+10}$

**1.** Déterminer le nombre de toboggans que l'usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l'euro.

**2.** Pour être rentable, l'usine doit avoir un bénéfice positif. Déterminer le nombre minimum et le nombre maximum de toboggans que l'usine doit fabriquer en un mois pour qu'elle soit rentable.

Justifier la réponse.